Projekt symulacji oraz optymalizacji linii produkcyjnej, za pomocą sieci BCMP

|  |  |
| --- | --- |
| Nazwa przedmiotu: | Systemy i sieci kolejkowe |
| Kierunek: | Automatyka i robotyka, rok 5, semestr 2 |
| Osoby wykonujące: | * Piotr Świderek, * Jakub Noga, * Jakub Dubański, * Kostya Nerushkin, * Marcin Kasprowicz, * Karol Turbak, * Antoni Trąd. |
| Data oddania: | 16.01.2016r |
| Ocena: |  |

Spis treści:

[1 Tematyka projektu: 3](#_Toc471759153)

[2 Opis matematyczny sieci i wyznaczanie wartości charakterystycznych 4](#_Toc471759154)

[2.1 System otwarty 4](#_Toc471759155)

[2.1.1 Opis matematyczny 4](#_Toc471759156)

[2.1.2 Metoda dokładna 4](#_Toc471759157)

[2.2 System zamknięty 4](#_Toc471759158)

[2.2.1 Opis matematyczny 4](#_Toc471759159)

[2.2.2 Metoda SUM 4](#_Toc471759160)

[2.3 Wyznaczanie parametrów charakterystycznych sieci BCMP 4](#_Toc471759161)

[2.3.1 Sieć otwarta: 4](#_Toc471759162)

[2.3.2 Sieć zamknięta 4](#_Toc471759163)

[3 Opis implementacji systemu 6](#_Toc471759164)

[3.1 Budowa rozwiązania: 6](#_Toc471759165)

[3.2 Instrukcja obsługi: 6](#_Toc471759166)

[3.3 Konwencja zapisu konfiguracji sieci: 6](#_Toc471759167)

[4 Przykład - sformułowanie problemu BCMP 7](#_Toc471759168)

[4.1 Opis słowny: 7](#_Toc471759169)

[4.2 Założenia i ograniczenia: 7](#_Toc471759170)

[4.3 Podział na systemy kolejkowe: 7](#_Toc471759171)

[4.3.1 Stacje: 7](#_Toc471759172)

[4.3.2 Współczynniki obsługi poszczególnych klas w stacjach: 7](#_Toc471759173)

[4.4 Podział na klasy wewnątrz systemu i współczynniki przychodzenia zgłoszeń: 7](#_Toc471759174)

[4.5 Diagram: 7](#_Toc471759175)

[4.6 Macierze przejścia do kolejnych stacji 7](#_Toc471759176)

[5 Problem optymalizacji parametrów sieci 9](#_Toc471759177)

[5.1 Opis algorytmu karalucha: 9](#_Toc471759178)

[5.2 Elementy modyfikowane: 9](#_Toc471759179)

[5.3 Funkcja oceny rozwiązania ogólnie: 9](#_Toc471759180)

[5.3.1 Funkcja 1: 9](#_Toc471759181)

[5.3.2 Funkcja 2: 9](#_Toc471759182)

[5.4 Funkcja oceny rozwiązania w opisywanym przykładzie: 9](#_Toc471759183)

[5.5 Wyniki optymalizacji: 10](#_Toc471759184)

[6 Podsumowanie i wnioski 11](#_Toc471759185)

# Tematyka projektu:

Przedmiotem projektu było stworzenie platformy przeznaczonej do symulacji rozbudowanych sieci kolejkowych. Program miał dostarczyć użytkownikowi możliwość łatwej konfiguracji, obliczania parametrów charakterystycznych oraz optymalizacji pod względem ilości stanowisk w każdym z systemów mając na uwadze wcześniej zdefiniowaną funkcję oceny sieci.

Wymagania, stawiane wobec programu były następujące:

* Obsługa dwóch typów sieci: zamkniętej i otwartej,
* Konfiguracja obsługująca dowolną ilości systemów jednego z czterech typów,
* Definiowalna ilość stanowisk w każdym z systemów,
* Obsługa wielu klas zgłoszeń w sieci,
* Dowolna infrastruktura połączeń systemów,
* Dowolna ilość zgłoszeń obecnych/przychodzących do sieci,
* Łatwa w określeniu funkcja oceny sieci stanowiącą podstawę dla metody optymalizacyjnej
* Optymalizacja za pomocą algorytmu karalucha.

W celu spełnienia tych oczekiwań wykorzystano wzory i algorytmy wyprowadzone na wykładach oraz dokładniej dowodzone w książce: „Queueing Networks and Markov chains- modeling and performance evaluation with computer science”, G.Bolch, S.Greiner, H.Meer, K.Trivedi 2006.

Podstawowe wzory i zależności zostały opisane w rozdziale 2. Wskazano tam wzory na obliczenie podstawowych parametrów sieci za pomocą metod dokładnych (sieci otwarte) oraz metody przybliżonej SUM (dla sieci zamkniętej).

Rozdział 3 stanowi swoistą dokumentację programu oraz instrukcje, w jaki sposób należy wprowadzić potrzebne parametry wejściowe do symulacji.

W rozdziale 4 zaprezentowano rzeczywisty przykład sieci otwartej przedstawiający linię produkcyjna w fabryce o niewielkim rozmiarze.

W końcowym rozdziale 5 opisano sposób na rozwiązanie problemu optymalizacji wielu zmiennych przy pomocy algorytmu karalucha.

Ostatni rozdział stanowi podsumowanie całego projektu oraz powiązane z nim wnioski.

# Opis matematyczny sieci i wyznaczanie wartości charakterystycznych

Sieć BCMP – nazwa pochodzi od nazwisk współtwórców tego podejścia (Baskett, Chandy, Muntz, Palacios). Stanowi ona rozszerzenie definicji sieci kolejkowych, które pozwala zdefiniować wiele systemów wchodzących w jej skład.

Elementami bazowymi sieci stanowią 4 typy systemów, których można użyć w trakcie jej budowy. Są nimi:

1. Typ 1: -/M/m/FIFO
   * System ze skończoną kolejką o długości m,
   * Obsługa zgłoszeń opisywalną za pomocą rozkładu wykładniczego.
2. Typ 2: -/G/1/PS
   * System z podziałem pracy procesora (harmonogramowanie round-robin),
   * Obsługa zgłoszeń z dowolnym rozkładem,
   * Procesory CPU, ALU’s,
3. Typ 3: -/G/inf
   * System na zasadzie terminalu,
   * Obsługa zgłoszeń z dowolnym rozkładem,
4. Typ 4: -/G/1/LIFO PR
   * System oparty na przerwaniach,
   * Obsługa zgłoszeń z dowolnym rozkładem.

Zastosowanie metod przeznaczonych dla sieci BCMP (w tym metody przybliżonej SUM) wymagają spełnienia kilku założeń. Są to między innymi:

* Współczynnik jest stały i niezależny od obsługi,
* Współczynnik obsługi jest taki sam dla jednej stacji, niezależnie od klasy zgłoszenia,
* Zgłoszenia nie mogą zmieniać przynależności do klas w czasie przebywania w sieci,
* Liczba zgłoszeń każdej z klas w każdym systemie jest nieujemna:
  + Gdzie R – ilość klas, N ilość systemów w sieci,
* Jeżeli istnieje droga od wejścia do i-tego systemu dla r-tej klasy to:
* Dla zamkniętej sieci ilość zgłoszeń w systemie jest stała.

## System otwarty

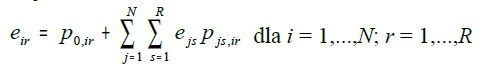
Zakładamy, że każdy system jest traktowany niezależnie. Początkowo jest wyznaczana przepustowość w danym systemie, a następnie używane są wzory, jak w pojedynczym systemie.

### Średni współczynnik wizyt zadania w systemie

Metoda korzysta ze współczynnika wizyt oznaczanego poprzez:

Gdzie – współczynnik przepływu przez cały system

Do jego wyznaczenia potrzebujemy zdefiniowanego prawdopodobieństw przejść pomiędzy systemami dla każdej z klas.



Gdzie – prawdopodobieństwo przejścia z stacji j-tej do stacji i-tej przy jednoczesnej zmianie przynależności do klasy z s do r.

Przy założeniu, że zgłoszenie nie może zmieniać przynależności do klas w trakcie przebywania w sieci można pominąć wewnętrzną sumę dla różnych klas zgłoszeń (, gdy klasa s jest inna od klasy r).

Dodatkowo zapiszemy tutaj działania tylko dla jednej klas. Jednak operacja ta zostaje powtórzona dla każdej z klas występujących w sieci.

Gdzie – prawdopodobieństwo przejścia z stacji j-tej do stacji i-tej.

Przechodząc do zapisu macierzowego otrzymujemy następujące równanie:

Gdzie E to finalny wektor współczynników wizyt w danym systemie dla danej klasy.

### Współczynnik przychodzenia zgłoszeń - metoda dokładna

Przemnażając tak wyliczoną wartość otrzymujemy wektor współczynników przychodzenia zgłoszeń do każdego z systemów występujących w sieci..

Gdzie i – rozpatrywana klasa.

### Średnia ilość zgłoszeń w systemie:

## System zamknięty

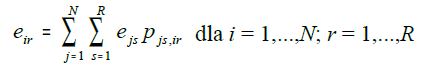
Stosujemy metodę przybliżoną SUM. Opiera się ona na założeniu, że dla każdego systemu w sieci średnia liczba zgłoszeń w systemie jest funkcją przepustowości tego systemu .

Metoda ta ma poniższe założenia, które są wymagane do spełnienia, przed jej zastosowaniem:

* System zamknięty,

### Średni współczynnik wizyt zadania w systemie

Ogólnie używane jest poniższe równanie:



Podobnie jak dla sieci otwartej poniższy wzór możemy uprościć. Następnie na podstawie poniższego równania otrzymujemy tylko (N-1) liniowo niezależnych równań.

W celu znalezienia rozwiązania musimy założyć jedną z wartości np. . Podstawiając do powyższego wzoru:

Rozbijając ten wzór na dwie sumy (pierwszy wiersz można pominąć, ponieważ nie wprowadza nowej informacji, natomiast pierwszą kolumnę rozdzielimy na dodatkowy czynnik:

Finalnie otrzymujemy:

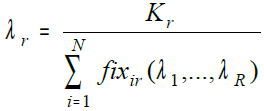
### Współczynnik przychodzenia zgłoszeń - metoda SUM

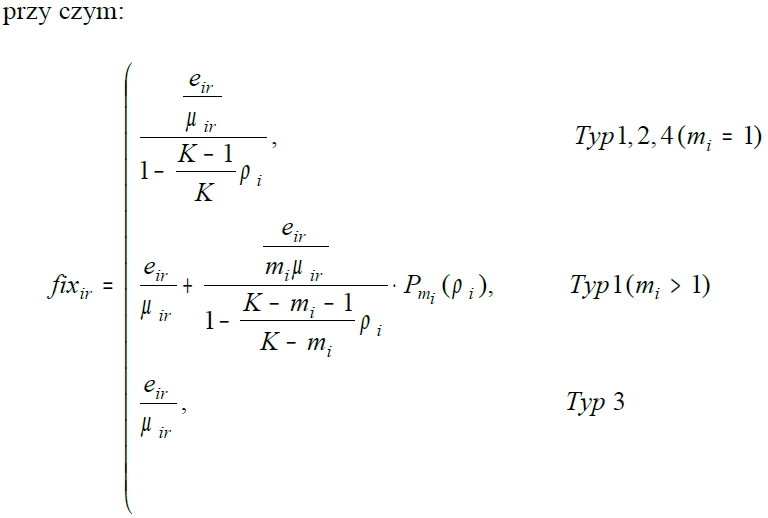
Opierając się na metodzie iteracyjnej możemy obliczyć aproksymację tego współczynnika dla każdej z klas.

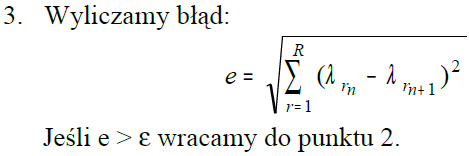
Algorytm składa się z poniższych kroków:







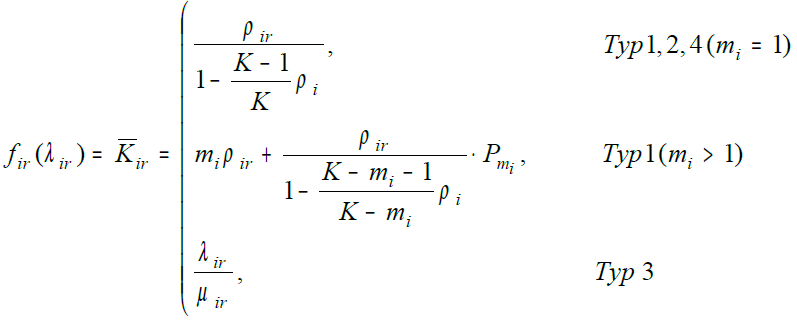


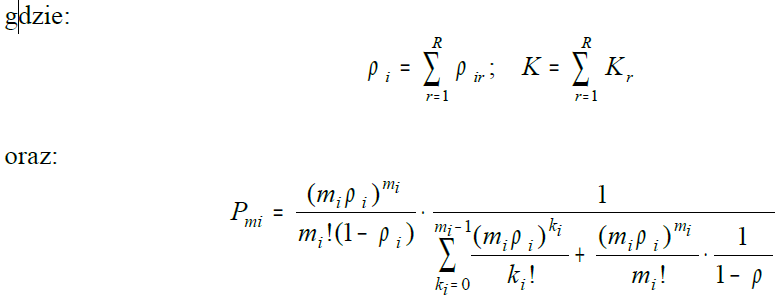


Gdy warunek stopu zostanie osiągnięty i pętla powyższego algorytmu zostanie zakończona przechodzimy do dalszej części – wyliczania parametrów charakterystycznych sieci.

### Średnia ilość zgłoszeń w systemie:

Wykorzystywana jest tutaj metoda przybliżona, która opiera się ona na założeniu, ze średnia ilość zgłoszeń w systemie wchodzącym w skład sieci można przedstawić, jako funkcję zależną od współczynnika przychodzenia zgłoszeń.





Oraz



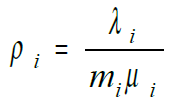
Gdzie jest brana z metody iteracyjnej, a współczynnik wizyt został wyprowadzony w pierwszym podpunkcie.

## Wspólne parametry charakterystyczne

Średnia ilość zgłoszeń w systemie jest wyliczana w sposób inny dla sieci otwartej oraz dla sieci zamkniętej. Wyprowadzone wzory zamieszczone zostały w poprzednich podrozdziałach.

W celu obliczenia pozostałych parametrów stosowane są już wspólne wzory, które zostały poniżej zamieszczone. Są one takie same dla obydwu typów sieci.

Przy założeniu, że współczynniki obsługi zgłoszeń są niezależne od ilości zgłoszeń, wtedy:



Średnia długość kolejki wyliczona na podstawie reguły Littl’a



Średni czas przebywania zgłoszenia klasy r w systemie i:



Średni czas oczekiwania zgłoszeń klasy r w systemie i, przy założeniu, że współczynniki obsługi są niezależne od liczby zgłoszeń:



# Opis implementacji systemu

## Budowa rozwiązania:

Symulacja została oparta o środowisko Matlab. Zostało ono wybrane z powodu możliwości szybkiego podglądania wartości symulowanych oraz łatwość używania wszelkich operacji macierzowych bez konieczności importowania dodatkowych bibliotek. Wykorzystano czysty język skryptowy Matlab, który umożliwia definiowanie własnych klas, metod i funkcji. Ten elementy pozwalają na oddzielenie od siebie fragmentów implementacji a tym samym rozdzielenie modułów.

Całość rozwiązania możemy podzielić na trzy elementy:

1. Klasa sieci,
2. Klasa optymalizatora,
3. Skrypt konfiguracji i skrypt symulacji.

### Klasa sieci: Network\_nClass:

Składa się z poniższych sekcji:

* Definicje pól (%% Fields)
  + N – ilość stacji,
  + R – ilość klas,
  + Stations\_lambda – obliczona wartość lambd dla każdej z klas i każdego z systemów,
  + Stations\_visitRatio – wartość współczynnika odwiedzin,
  + Stations\_types, Stations\_\_mi, Stations\_m – typ stacji, współczynnik obsługi zgłoszeń w danej stacji dla danej klasy, ilość stanowisk,
  + P – macierz incydencji,
  + P\_in – wektor z jakim prawdopodobieństwem zgłoszenia z zewnątrz będą wchodziły do konkretnych stacji,
  + P\_out – jak wyżej, tylko dotyczące wyjścia,
  + Lambda\_in – wartości lambd dla każdej z klas,
  + K\_initial – ilość zgłoszeń danej klasy w systemie w sieci zamkniętej
* Konstruktor klasy (%% Constructor)
  + Inicjalizuje typ sieci, ilość klas i stacji.
* Zestaw funkcji wspólnych i pomocniczych (%% Common functions)
  + Obliczanie lambd,
  + Obliczanie współczynnika wizyt,
  + Zwracanie obiektu jednej stacji
* Funkcje obliczające podstawowe parametry (%% Podstawowe parametry)
  + Obliczanie dla każdej klasy i stacji parametrów:
    - P,K,Q,m0,rho, lambda, W,T.
* Funkcje obsługujące sieć zamkniętą (%% Closed network)
  + Obsługa algorytmu fix,
  + Obliczanie przybliżonej ilości lambdy za pomocą metody iteracyjnej,
  + Obliczanie średniej ilości zgłoszeń w systemie.
* Funkcje obsługujące sieć otwartą (%% Open network)
  + Obliczanie przybliżonej ilości lambdy za pomocą metody iteracyjnej,
  + Obliczanie średniej ilości zgłoszeń w systemie.

### Klasa optymalizatora

### Skrypt konfiguracji

Zawiera sekcje:

* Konfiguracja – opis sieci, definiowanie typu sieci i ilośc klas/systemów
* Opis Stacji – definiowanie typów i parametrów poszczególnych stacji,
* Opis przejść pomiędzy stacjami – definiowanie macierzy incydencji, macierzy wyjścia/wejścia, ilości zgłoszeń, lambdy wejściowej.

### Skrypt symulacji

Zwiera sekcje:

* Konfiguracja – uruchomienie skryptu konfiguracji,
* Oblicz parametry – obliczenie lambd w systemie,
* Pokaz wyniki – zaprezentowanie wyników i charakterystycznych parametrów.

## Instrukcja obsługi:

1. Zdefiniowanie skryptu konfiguracji
2. Wypisanie w skrypcie symulacji, które parametry chcemy obliczyć
3. Uruchomienie skryptu symulacji
4. Odczytanie z konsoli wyników.

Kroki opcjonalne:

1. Wykonanie kroku optymalizacji na wcześniej zdefiniowanej sieci,
2. Wykonanie części skryptu wyświetlające wyniki,
3. Odczytanie z konsoli wyników.

## Konwencja zapisu konfiguracji sieci:

Elementy konfigurowalne przez użytkownika są możliwe do ustawienia z poziomu pliku konfiguracyjnego. Wymagane jest dostarczenie poniższych parametrów:

* Ilość stacji,
* Typ każdej ze stacji,
* Parametry wspólne (współczynnik prędkości obsługi) dla każdego z typów, plus współczynniki unikalne:
  + Typ 1 – ilość kanałów obsługi
  + Typ 2 – brak?
  + Typ 3 – brak
  + Typ 4 – brak?
* Ilość klas zgłoszeń,
* Współczynnik przybywania zgłoszeń do systemu,
* Prawdopodobieństwa przejść dla każdej z klas pomiędzy każdymi dwoma stacjami.

# Przykład - sformułowanie problemu BCMP

## Opis słowny:

## Założenia i ograniczenia:

* System otwarty,
* Bez priorytetów,
* Zgłoszenia nie mogą zmieniać klasy w trakcie przebywania w systemie,
* Sieć składa się z dwóch typów systemów:
* Jedno źródło wejściowe zgłoszeń – generująca różne klasy z stałymi współczynnikami

## Podział na systemy kolejkowe:

### Stacje:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Numer | Nazwa stacji | Opis | Rodzaj systemu |
| 1 |  |  |  |
| 2 |  |  |  |
| 3 |  |  |  |
| 4 |  |  |  |
| 5 |  |  |  |
|  |  |  |  |

### Współczynniki obsługi poszczególnych klas w stacjach:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Numer | Nazwa stacji | Współczynniki obsługi [jednostka/minutę] |
| 1 |  |  |
| 2 |  |  |
| 3 |  |  |
| 4 |  |  |
| 5 |  |  |
|  |  |  |

## Podział na klasy wewnątrz systemu i współczynniki przychodzenia zgłoszeń:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Klasa | Nazwa klasy | Opis | Współczynnik pojawiania się zgłoszeń |
| 1 |  |  |  |
| 2 |  |  |  |
| 3 |  |  |  |
| 4 |  |  |  |
| 5 |  |  |  |

## Diagram:

## Macierze przejścia do kolejnych stacji

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 – docelowa stacja | | | | | | | |
| Klasa: | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

# Problem optymalizacji parametrów sieci

W oparciu o algorytm karalucha możliwość optymalizacji wartości kilku parametrów charakterystycznych dla wybranych stacji na podstawie określonej funkcji celu. Funkcja oceny rozwiązania bazuje na wartościach opisujących sieć BCMP w stanie ustalonym – np. średni czas przebywania w systemie, średni czas oczekiwania w kolejce, średnia ilość wolnych kanałów obsługi itd.

Poszukiwana jest liczba kanałów obsługi w poszczególnych systemach, dla których funkcja oceny sieci jest najlepsza. Pozostałe parametry sieci pozostają niezmienne.

Funkcja oceny rozwiązania bazuje na długości kolejki oraz średnim użyciu kanałów w każdym z systemów. Możliwe jest zdefiniowanie własnej funkcji, która na podstawie parametrów charakterystycznych sieci oblicza jej ocenę.

Problem ten jest nietrywialny, ponieważ obiekt badań jest opisywany nieanalitycznymi funkcjami. W celu znalezienia rozwiązania posłużono się algorytmem bazującym na procesach biologicznych – algorytm karalucha.

## Opis algorytmu karalucha:

## Elementy modyfikowane:

## Funkcja oceny rozwiązania ogólnie:

### Funkcja 1:



Gdzie:

* Qij – średnia ilość zleceń j-tej klasy czekających w kolejce w i-tym systemie
* mnzi – średnia ilość nie zajętych kanałów
* C1ij –współczynniki, z jakimi zostaną uwzględnione wartości Qij. Koszt oczekiwania zgłoszenia,
* C2i – współczynniki, z jakimi zostaną uwzględnione wartości mnzi. Koszt obsługi zgłoszenia w stacji,

### Funkcja 2:



Gdzie:

* WirMAX – dopuszczalny maksymalny czas oczekiwania zgłoszenia klasy r w stacji i.

## Funkcja oceny rozwiązania w opisywanym przykładzie:

## Wyniki optymalizacji:

# Podsumowanie i wnioski