Projekt symulacji oraz optymalizacji linii produkcyjnej, za pomocą sieci BCMP

|  |  |
| --- | --- |
| Nazwa przedmiotu: | Systemy i sieci kolejkowe |
| Kierunek: | Automatyka i robotyka, rok 5, semestr 2 |
| Osoby wykonujące: | * Piotr Świderek, * Jakub Noga, * Jakub Dubański, * Kostya Nerushkin, * Marcin Kasprowicz, * Karol Turbak, * Antoni Trąd. |
| Data wykonania: | 16.01.2016r |
| Ocena: |  |

Spis treści:

[1 Tematyka projektu: 3](#_Toc471759153)

[2 Opis matematyczny sieci i wyznaczanie wartości charakterystycznych 4](#_Toc471759154)

[2.1 System otwarty 4](#_Toc471759155)

[2.1.1 Opis matematyczny 4](#_Toc471759156)

[2.1.2 Metoda dokładna 4](#_Toc471759157)

[2.2 System zamknięty 4](#_Toc471759158)

[2.2.1 Opis matematyczny 4](#_Toc471759159)

[2.2.2 Metoda SUM 4](#_Toc471759160)

[2.3 Wyznaczanie parametrów charakterystycznych sieci BCMP 4](#_Toc471759161)

[2.3.1 Sieć otwarta: 4](#_Toc471759162)

[2.3.2 Sieć zamknięta 4](#_Toc471759163)

[3 Opis implementacji systemu 6](#_Toc471759164)

[3.1 Budowa rozwiązania: 6](#_Toc471759165)

[3.2 Instrukcja obsługi: 6](#_Toc471759166)

[3.3 Konwencja zapisu konfiguracji sieci: 6](#_Toc471759167)

[4 Przykład - sformułowanie problemu BCMP 7](#_Toc471759168)

[4.1 Opis słowny: 7](#_Toc471759169)

[4.2 Założenia i ograniczenia: 7](#_Toc471759170)

[4.3 Podział na systemy kolejkowe: 7](#_Toc471759171)

[4.3.1 Stacje: 7](#_Toc471759172)

[4.3.2 Współczynniki obsługi poszczególnych klas w stacjach: 7](#_Toc471759173)

[4.4 Podział na klasy wewnątrz systemu i współczynniki przychodzenia zgłoszeń: 7](#_Toc471759174)

[4.5 Diagram: 7](#_Toc471759175)

[4.6 Macierze przejścia do kolejnych stacji 7](#_Toc471759176)

[5 Problem optymalizacji parametrów sieci 9](#_Toc471759177)

[5.1 Opis algorytmu karalucha: 9](#_Toc471759178)

[5.2 Elementy modyfikowane: 9](#_Toc471759179)

[5.3 Funkcja oceny rozwiązania ogólnie: 9](#_Toc471759180)

[5.3.1 Funkcja 1: 9](#_Toc471759181)

[5.3.2 Funkcja 2: 9](#_Toc471759182)

[5.4 Funkcja oceny rozwiązania w opisywanym przykładzie: 9](#_Toc471759183)

[5.5 Wyniki optymalizacji: 10](#_Toc471759184)

[6 Podsumowanie i wnioski 11](#_Toc471759185)

# Tematyka projektu:

Przedmiotem projektu było stworzenie platformy przeznaczonej do symulacji rozbudowanych sieci kolejkowych. Program miał dostarczyć użytkownikowi możliwość łatwej konfiguracji, obliczania parametrów charakterystycznych oraz optymalizacji pod względem ilości stanowisk w każdym z systemów mając na uwadze wcześniej zdefiniowaną funkcję oceny sieci.

Wymagania, stawiane wobec programu były następujące:

* Obsługa dwóch typów sieci: zamkniętej i otwartej,
* Konfiguracja obsługująca dowolną ilości systemów jednego z czterech typów,
* Definiowalna ilość stanowisk w każdym z systemów,
* Obsługa wielu klas zgłoszeń w sieci,
* Dowolna infrastruktura połączeń systemów,
* Dowolna ilość zgłoszeń obecnych/przychodzących do sieci,
* Łatwa w określeniu funkcja oceny sieci stanowiącą podstawę dla metody optymalizacyjnej
* Optymalizacja za pomocą algorytmu karalucha.

W celu spełnienia tych oczekiwań wykorzystano wzory i algorytmy wyprowadzone na wykładach oraz dokładniej dowodzone w książce: „Queueing Networks and Markov chains- modeling and performance evaluation with computer science”, G.Bolch, S.Greiner, H.Meer, K.Trivedi 2006.

Podstawowe wzory i zależności zostały opisane w rozdziale 2. Wskazano tam wzory na obliczenie podstawowych parametrów sieci za pomocą metod dokładnych (sieci otwarte) oraz metody przybliżonej SUM (dla sieci zamkniętej).

Rozdział 3 stanowi swoistą dokumentację programu oraz instrukcje, w jaki sposób należy wprowadzić potrzebne parametry wejściowe do symulacji.

W rozdziale 4 zaprezentowano rzeczywisty przykład sieci otwartej przedstawiający linię produkcyjna w fabryce o niewielkim rozmiarze.

W końcowym rozdziale 5 opisano sposób na rozwiązanie problemu optymalizacji wielu zmiennych przy pomocy algorytmu karalucha.

Ostatni rozdział stanowi podsumowanie całego projektu oraz powiązane z nim wnioski.

# Opis matematyczny sieci i wyznaczanie wartości charakterystycznych

Sieć BCMP – nazwa pochodzi od nazwisk współtwórców tego podejścia (Baskett, Chandy, Muntz, Palacios). Stanowi ona rozszerzenie definicji sieci kolejkowych, które pozwala zdefiniować wiele systemów wchodzących w jej skład.

Elementami bazowymi sieci stanowią 4 typy systemów, których można użyć w trakcie jej budowy. Są nimi:

1. Typ 1: -/M/m/FIFO
   * System ze skończoną kolejką o długości m,
   * Obsługa zgłoszeń opisywalną za pomocą rozkładu wykładniczego.
2. Typ 2: -/G/1/PS
   * System z podziałem pracy procesora (harmonogramowanie round-robin),
   * Obsługa zgłoszeń z dowolnym rozkładem,
   * Procesory CPU, ALU’s,
3. Typ 3: -/G/inf
   * System na zasadzie terminalu,
   * Obsługa zgłoszeń z dowolnym rozkładem,
4. Typ 4: -/G/1/LIFO PR
   * System oparty na przerwaniach,
   * Obsługa zgłoszeń z dowolnym rozkładem.

Zastosowanie metod przeznaczonych dla sieci BCMP (w tym metody przybliżonej SUM) wymagają spełnienia kilku założeń. Są to między innymi:

* Współczynnik jest stały i niezależny od obsługi,
* Współczynnik obsługi jest taki sam dla jednej stacji, niezależnie od klasy zgłoszenia,
* Zgłoszenia nie mogą zmieniać przynależności do klas w czasie przebywania w sieci,
* Liczba zgłoszeń każdej z klas w każdym systemie jest nieujemna:
  + Gdzie R – ilość klas, N ilość systemów w sieci,
* Jeżeli istnieje droga od wejścia do i-tego systemu dla r-tej klasy to:
* Dla zamkniętej sieci ilość zgłoszeń w systemie jest stała.

## System otwarty

Zakładamy, że każdy system jest traktowany niezależnie. Początkowo jest wyznaczana przepustowość w danym systemie, a następnie używane są wzory, jak w pojedynczym systemie.

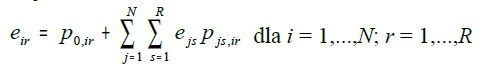
### Średni współczynnik wizyt zadania w systemie

Metoda korzysta ze współczynnika wizyt oznaczanego poprzez:

Gdzie – współczynnik przepływu przez cały system

Do jego wyznaczenia potrzebujemy zdefiniowanego prawdopodobieństw przejść pomiędzy systemami dla każdej z klas (tu dla uproszczenia przedstawiona zostanie tylko jedna klasa).

– prawdopodobieństwo przejścia z stacji j-tej do stacji i-tej.



Przy założeniu, że zgłoszenie nie może zmieniać przynależności do klas w trakcie przebywania w sieci można pominąć wewnętrzną sumę dla różnych klas zgłoszeń (, gdy klasa s jest inna od klasy r).

Przechodząc do zapisu macierzowego otrzymujemy następujące równanie:

Gdzie E to finalny wektor współczynników wizyty w danym systemie równy

### Współczynnik przychodzenia zgłoszeń - metoda dokładna

### Średnia ilość zgłoszeń w systemie:

## System zamknięty

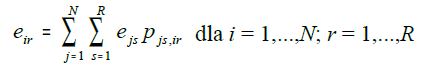
Stosujemy metodę przybliżoną SUM. Opiera się ona na założeniu, że dla każdego systemu w sieci średnia liczba zgłoszeń w systemie jest funkcją przepustowości tego systemu .

Metoda ta ma poniższe założenia, które są wymagane do spełnienia, przed jej zastosowaniem:

* System zamknięty,

### Średni współczynnik wizyt zadania w systemie

Ogólnie używane jest poniższe równanie:



Podobnie jak dla sieci otwartej poniższy wzór możemy uprościć. Następnie na podstawie poniższego równania otrzymujemy tylko (N-1) liniowo niezależnych równań.

W celu znalezienia rozwiązania musimy założyć jedną z wartości np. . Podstawiając do powyższego wzoru:

Rozbijając ten wzór na dwie sumy (pierwszy wiersz można pominąć, ponieważ nie wprowadza nowej informacji, natomiast pierwszą kolumnę rozdzielimy na dodatkowy czynnik:

Finalnie otrzymujemy:

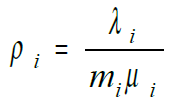
### Współczynnik przychodzenia zgłoszeń - metoda SUM

### Średnia ilość zgłoszeń w systemie:

## Wspólne parametry charakterystyczne

Średnia ilość zgłoszeń w systemie jest wyliczana w sposób inny dla sieci otwartej oraz odrębny dla sieci zamkniętej. Wzory finalne zamieszczone zostały w poprzednich podrozdziałach.

Przy założeniu, że współczynniki obsługi zgłoszeń są niezależne od ilości zgłoszeń, wtedy:



Średnia długość kolejki wyliczona na podstawie reguły Littla



Średni czas przebywania zgłoszenia klasy r w systemie i:



Średni czas oczekiwania zgłoszeń klasy r w systemi i, przy założeniu, że współczynniki obsługi są niezależne od liczby zgłoszeń:



# Opis implementacji systemu

## Budowa rozwiązania:

Symulacja została oparta o środowisko Matlab, z powodu możliwego szybkiego podglądania wartości symulowanych oraz implementacji wszelkich potrzebnych operacji macierzowych dostępnych bez konieczności importowania dodatkowych bibliotek. Wykorzystano czysty język skryptowy Matlab, który umożliwia na definiowanie własnych klas, metod i funkcji w ten sposób pozwalając na oddzielenie od siebie fragmentów implementacji.

Całość rozwiązania możemy podzielić na trzy elementy:

1. Klasa sieci,
2. Klasa optymalizatora,
3. Skrypt konfiguracji i symulacji.

Ad 1)

## Instrukcja obsługi:

## Konwencja zapisu konfiguracji sieci:

Elementy konfigurowalne przez użytkownika są możliwe do ustawienia z poziomu pliku konfiguracyjnego. Wymagane jest dostarczenie poniższych parametrów:

* Ilość stacji,
* Typ każdej ze stacji,
* Parametry wspólne (współczynnik prędkości obsługi) dla każdego z typów, plus współczynniki unikalne:
  + Typ 1 – ilość kanałów obsługi
  + Typ 2 – brak?
  + Typ 3 – brak
  + Typ 4 – brak?
* Ilość klas zgłoszeń,
* Współczynnik przybywania zgłoszeń do systemu,
* Prawdopodobieństwa przejść dla każdej z klas pomiędzy każdymi dwoma stacjami.

# Przykład - sformułowanie problemu BCMP

## Opis słowny:

## Założenia i ograniczenia:

* System otwarty,
* Bez priorytetów,
* Zgłoszenia nie mogą zmieniać klasy w trakcie przebywania w systemie,
* Sieć składa się z dwóch typów systemów:
* Jedno źródło wejściowe zgłoszeń – generująca różne klasy z stałymi współczynnikami

## Podział na systemy kolejkowe:

### Stacje:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Numer | Nazwa stacji | Opis | Rodzaj systemu |
| 1 |  |  |  |
| 2 |  |  |  |
| 3 |  |  |  |
| 4 |  |  |  |
| 5 |  |  |  |
|  |  |  |  |

### Współczynniki obsługi poszczególnych klas w stacjach:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Numer | Nazwa stacji | Współczynniki obsługi [jednostka/minutę] |
| 1 |  |  |
| 2 |  |  |
| 3 |  |  |
| 4 |  |  |
| 5 |  |  |
|  |  |  |

## Podział na klasy wewnątrz systemu i współczynniki przychodzenia zgłoszeń:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Klasa | Nazwa klasy | Opis | Współczynnik pojawiania się zgłoszeń |
| 1 |  |  |  |
| 2 |  |  |  |
| 3 |  |  |  |
| 4 |  |  |  |
| 5 |  |  |  |

## Diagram:

## Macierze przejścia do kolejnych stacji

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 – docelowa stacja | | | | | | | |
| Klasa: | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

# Problem optymalizacji parametrów sieci

W oparciu o algorytm karalucha możliwość optymalizacji wartości kilku parametrów charakterystycznych dla wybranych stacji na podstawie określonej funkcji celu. Funkcja oceny rozwiązania bazuje na wartościach opisujących sieć BCMP w stanie ustalonym – np. średni czas przebywania w systemie, średni czas oczekiwania w kolejce, średnia ilość wolnych kanałów obsługi itd.

Poszukiwana jest liczba kanałów obsługi w poszczególnych systemach, dla których funkcja oceny sieci jest najlepsza. Pozostałe parametry sieci pozostają niezmienne.

Funkcja oceny rozwiązania bazuje na długości kolejki oraz średnim użyciu kanałów w każdym z systemów. Możliwe jest zdefiniowanie własnej funkcji, która na podstawie parametrów charakterystycznych sieci oblicza jej ocenę.

Problem ten jest nietrywialny, ponieważ obiekt badań jest opisywany nieanalitycznymi funkcjami. W celu znalezienia rozwiązania posłużono się algorytmem bazującym na procesach biologicznych – algorytm karalucha.

## Opis algorytmu karalucha:

## Elementy modyfikowane:

## Funkcja oceny rozwiązania ogólnie:

### Funkcja 1:



Gdzie:

* Qij – średnia ilość zleceń j-tej klasy czekających w kolejce w i-tym systemie
* mnzi – średnia ilość nie zajętych kanałów
* C1ij –współczynniki, z jakimi zostaną uwzględnione wartości Qij. Koszt oczekiwania zgłoszenia,
* C2i – współczynniki, z jakimi zostaną uwzględnione wartości mnzi. Koszt obsługi zgłoszenia w stacji,

### Funkcja 2:



Gdzie:

* WirMAX – dopuszczalny maksymalny czas oczekiwania zgłoszenia klasy r w stacji i.

## Funkcja oceny rozwiązania w opisywanym przykładzie:

## Wyniki optymalizacji:

# Podsumowanie i wnioski